

§4.2 流变学实验测量——稳态剪切测试

2024年3月26日 10:27

△回顾：稳态简单剪切流动

稳态 (steady state) 是指流速场不随时间变化。这在低雷诺数条件下，是在外界条件恒定、观测时间足够长的时候达到的。这种情况还有其他基本同义的叫法。例如：

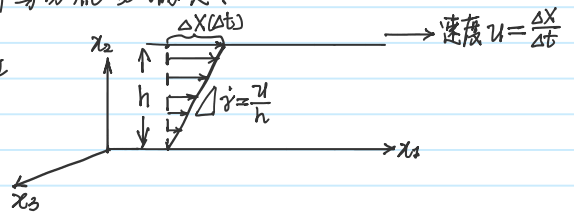
定常流 (steady flow)

流场已充分发展 (fully developed)

等等。

稳态流动下，流速场仍可能有具体的空间分布。但简单剪切流场满足：

$$\begin{cases} v_1 = v_1(x_1, x_2, x_3) = \dot{\gamma} x_2 \\ v_2 = v_2(x_1, x_2, x_3) = 0 \\ v_3 = v_3(x_1, x_2, x_3) = 0 \end{cases}, \dot{\gamma} \text{ 不依赖空间位置}$$



因此，稳态简单剪切流动的流场仅需一个常数 $\dot{\gamma}$ 就可表征。常称 $\dot{\gamma}$ 为 (稳态简单剪切的) 剪切速率 (shear rate)，单位常用 s^{-1} 。

稳态简单剪切场下，几乎所有不可压缩复杂流体的应力张量只有以下非零分量，只依赖 $\dot{\gamma}$ ，不依赖时间与空间：

剪切分量： $\tau_{21} = \tau_{12}(\dot{\gamma}) = \dot{\gamma} \eta(\dot{\gamma})$ 其中 $\eta(\dot{\gamma})$ 叫稳态表观剪切粘度
 第一法向应力差： $\tau_{11} - \tau_{22} \equiv N_1(\dot{\gamma}) = \dot{\gamma}^2 \psi_1(\dot{\gamma})$ ，其中 $\psi_1(\dot{\gamma})$ 叫稳态第一法向应力差系数
 第二法向应力差： $\tau_{22} - \tau_{33} \equiv N_2(\dot{\gamma}) = \dot{\gamma}^2 \psi_2(\dot{\gamma})$ ，其中 $\psi_2(\dot{\gamma})$ 叫稳态第二法向应力差系数。

测粘流是流场各处都可看做处在 $\dot{\gamma}$ 相同的简单剪切场的一类流动。几乎所有不可压缩复杂流体在稳态测粘流下，应力张量在每处局部坐标下都呈上列形式

△稳态测粘流的物料函数

η, ψ_1 和 ψ_2 叫稳态测粘流的物料函数 (material functions)。一般地，所谓物料函数是指应力张量各分量与应变或应变率张量各分量之间的函数关系。物料函数反映材料在特定流场下的响应。比如本节讲义中的物料函数是稳态测粘流的物料函数。

1. ψ_1, ψ_2 都是关于 $\dot{\gamma}$ 的偶函数。

$\psi_1(\dot{\gamma})$ 和 $\psi_2(\dot{\gamma})$ 是 $\dot{\gamma}^2$ 在 $\dot{\gamma} \rightarrow 0$ 时的同阶或高阶无穷小。

$\eta(\dot{\gamma})$ 是 $\dot{\gamma}$ 在 $\dot{\gamma} \rightarrow 0$ 时的同阶无穷小。

} 什么意思留作业。

对于不可压缩牛顿流体，可由不可压缩 Navier-Stokes 方程在简单剪切场下的解证明 (过程略)：

$$\eta(\dot{\gamma}) = \text{常数}, \psi_1(\dot{\gamma}) = \psi_2(\dot{\gamma}) = 0, \forall \dot{\gamma} \in \mathbb{R}$$

对于一般复杂流体， $\eta(\dot{\gamma})$ 需满足以下约束。

$$\eta(\dot{\gamma}) > 0 \quad \forall \dot{\gamma} \in \mathbb{R}, \quad \tau_{22}(\dot{\gamma}) \text{ 是 } \dot{\gamma} \text{ 的单调增函数。}$$

以上约束均源自对称性和热力学第二定律，但具体论述过程超出本课程范畴。

△ $\eta(\dot{\gamma})$, $N_1(\dot{\gamma})$, $N_2(\dot{\gamma})$ 的理论和实际意义 测来干嘛? 学来干嘛? 流变学实验研究方法。

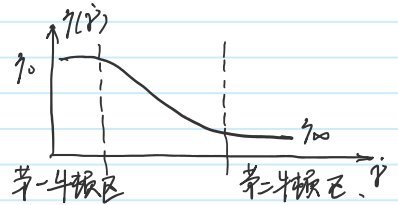
思考: 前面说过 $\eta(\dot{\gamma})$, $N_1(\dot{\gamma})$ 和 $N_2(\dot{\gamma})$ 仅反映材料在稳态测粘流下的响应特性。这意味着仅知道它们, 一般不能确定其它流动下的响应, 这是否限制了这些函数的参考意义?

回答 1): 测粘流本身就包括一大类流动了。许多实际常见的流动方式都符合或近似符合测粘流。在一种测粘流场下确定材料的物料函数后, 至少可预知材料在所有测粘流下的行为, 参考价值仍然很大。

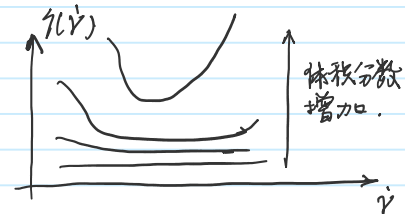
例: 参考 $\eta(\dot{\gamma})$ 曲线, 可预知管道中流体在给定泵压下的流量 (伯努利原理向非牛顿流体的推广)

$\eta(\dot{\gamma})$ 也可直接作为润滑液工作时的润滑行为

对于大多数粘弹性流体, $\eta(\dot{\gamma})$ 呈关于 $\dot{\gamma}$ 的单调减函数。在 $\dot{\gamma} \rightarrow \infty$ 时 $\eta(\dot{\gamma})$ 达到“第二牛顿粘度值” η_{∞} 它与 $\dot{\gamma} \rightarrow 0$ 时的零切粘度 (zero-shear viscosity) 常相差几个数量级。这种 $\dot{\gamma}$ 依赖性 是工业应用必须正视和定量考虑的。叫剪切变稀 (shear thinning)



高填充度熔体或粒子悬液有剪切增稠 (shear thickening), 一般发生在高剪切速率下, 这自然也是相关工业应用必须正视和定量考虑的。



第一法向应力差造成挤出胀大效应。

第二法向应力差大小通常比第一法向应力差小得多, 经常忽略不计, 但它也导致特殊的效应。例如, 当流体在非轴对称截面的管道内流动时, 第二法向应力差会带来截面上的二次流动。

J. Non-Newton. Fluid 292:104-122 (2021) Fig. 2
Acta Mech. 51:85 (1984)



1-s2.0-S0377-BF01176390
025721000...

第二法向应力差效应还影响与空气接触的自由液面形状 (Fig. 3),

爬杆效应是第一、二法向应力差共同结果。

.....

因此在工业实践中, $\eta(\dot{\gamma})$, $N_1(\dot{\gamma})$ 和 $N_2(\dot{\gamma})$ 至少扮演着不可简化的质检项目的角色。

回答 2): 在流变学理论中已经有许多本构模型, 每一个都致力于预测任意流场下的流变学响应。选择一个恰当的本构关系模型, 用某一测粘流场下得到的物料函数实验数据标定模型参数, 就可以在假定材料符合此模型的前提下预测材料在其他流场下的响应。由此筛选出最契合该材料的本构模型后, “就无敌了”。

例: Polymers 13:1876 (2021) 收敛流实验 vs 理论, 低密度聚乙烯熔体



实验: 流动双折射成像, 粒子成像测速 → 直接得到应力场和流速场

polymers-13-01876-v2

理论: “S-M DCP” 模型, 参教 Table 2. (这些参数可通过测粘流测试确定)

⇒ 计算流体力学仿真得到模拟的应力场和流速场。
(Computational fluid mechanics, CFD)