

物体的运动

2021年11月4日 星期四 上午12:39

定义(物体的定义I): 一个物体(body)是一个非空集合 B , 其元素 $X \in B$ 称为物质点(material point)

Remarks:

- △ 这是一个暂时定义, 还不完整, 仅为描述物体的运动而引入
- △ 在流体力学中, 我们关心物体的每个质点的运动, 它们是事件世界 $(W, \mathcal{T})$ 的一组世界线

定义(物体的运动): 给定事件世界 $(W, \mathcal{T})$ 及时间 $\mathcal{T}$, 设 $\mathcal{I}$ 是 $\mathcal{T}$ 的一个连通子集, 映射

$$k: B \times \mathcal{I} \rightarrow W, \quad k(X, t) \in I_t \subset W$$

把某时刻 $t \in \mathcal{I}$, 某物质点 $X \in B$ 对应到 W 中的一个事件。易知固定物质点 X 的集合

$$\{k(X, t) \mid t \in \mathcal{I}\} \equiv l_X$$

是一条世界线 l_X , 物体 B 经映射 k 的所有(一束)世界线

$$\{l_X \mid X \in B\} \equiv \mathcal{V}_B$$

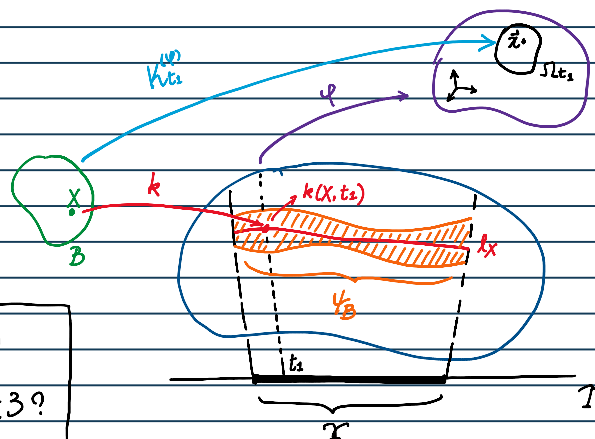
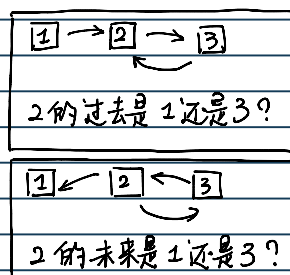
称物体 B 的一个运动(motion)

Remarks:

- △ 物体 B 的运动 $\mathcal{V}_B$ 中, 世界线不会相交。

Susskind “第11章定律”: 信息守恒

经典力学不允许的情况:



- △ 给定标架中, 物体的运动就能在同一个欧几里得空间 (ϕ, d) 中画出来。

定义(构型): 事件世界 $(W, \mathcal{T})$ 中, 物体 B 在任一时刻 $t \in \mathcal{T}$ 下, 经选定参考系 $\varphi: W \rightarrow \mathbb{R}^{3+1}$, 对应为 $\mathbb{R}$ 中的一个时刻值 t 和 $\mathbb{R}^3$ 中的区域

$$\Omega_t = \{\vec{r} \mid (\vec{r}, t) = \varphi(k(X, t)), X \in B\}$$

称 B 在选定标架下 t 时刻的构型(configuration)。由物体 B 到 t 时刻的构型 Ω_t 的映射

$$k_t^{(0)}: B \rightarrow \mathbb{R}^3, \quad k_t^{(0)}(X) = \vec{x}, X \in B, \vec{x} \in \Omega_t$$

称为物体 B 在选定标架下 t 时刻的一个放置(placement)。

Remarks:

- △ Ω_t 就是物体 B 在 t 时刻下的“形状”。是抽象世界的物体在真实世界中的无数种呈现方式之一。

△ 柏拉图指出, 当我们说到“马”时, 我们没有指任何一匹马, 而是称任何一种马。而“马”的含义本身独立于各种马(“有形的”), 它不存在于空间和时间中, 因此是永恒的。但是某一匹特定的、有

形的、存在于感官世界的马，却是“流动”的，会死亡，会腐烂。

来自 <<https://baike.baidu.com/item/%E6%9F%8F%E6%8B%89%E5%9B%BE%E5%93%B2%E5%AD%A6>>

△ 物体的放置映射 $K_t^{(p)}$ 是依赖标架选择的，但物体 B 及其运动 φ_B 则是客观的。 $K_t^{(p)}$ 的上标仅为提醒，可略去。 K_t 下标 t 表示放置映射的时刻。把 B 的一场运动的每一时刻都一一放置成欧几里得空间的构型，则物体的运动将表现为欧几里得空间中三维区域 $\mathcal{B}$ 的运动。

定义(速度与加速度)：物体 B 在选定参考系下，物质点 $X \in B$ 的速度和加速度

$$\vec{v}(X, t) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{dK_t(X)}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{K_{t+\Delta t}(X) - K_t(X)}{\Delta t}$$

$$\vec{a}(X, t) \stackrel{\text{def}}{=} \frac{d^2 K_t(X)}{dt^2} = \frac{d\vec{v}(X, t)}{dt}$$

Remarks:

△ 速度和加速度不满足标架不变性。